

БЛОКОВАЯ МОДЕЛЬ ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ*С.А. Арсеньев*

ИФЗ РАН

Предложена двух блоковая модель очага землетрясения. Получено аналитическое решение задачи и проведен ансамбль расчетов тестового землетрясения с магнитудой $M = 4,17$, которые раскрывают природу возникающих сейсмических колебаний и их особенности. **ORCID: 0000-0002-0033-4671**

Введение

Рассмотрим косейсмическую стадию землетрясений, при которой происходит превращение потенциальной энергии упругости в кинетическую энергию колебаний в фокусе землетрясения. В классических работах соответствующие задачи решаются с помощью теории упругости, которая считает литосферу сплошной средой. Начиная с работы Рейда [Reid,2011; Benjoff,1964] землетрясения рассматривались как акт разрушения литосферы трещиной, а очаг представлялся в виде формирующегося дислокационного разрыва непрерывной геосреды, который при движении излучает сейсмическую радиацию. Однако в ходе исследований возникла критика парадигмы Рейда [Садовский,1999], основанная на том, что реальная литосфера представляет собой дискретную среду, которая изучается тектоникой и структурной геологией [Verhoogen et al.,1970]. Она расчленена разломами и трещинами на геологические отдельности разного масштаба, а землетрясения гораздо чаще возникают в уже сформировавшихся разломах, чем в формирующихся. Таким образом, в большинстве случаев очаг землетрясения представляет собой ансамбль отдельных блоков и плит, которые под действием тектонических сил совершают движения относительно друг друга и колеблются. В работах [Арсеньев,2016,2017; Arsen'yev et al.,2019] построена модель очага землетрясения, состоящего из одного блока литосферы. В данной работе изучается процесс формирования сейсмической радиации в очаге землетрясения, который состоит из двух упруго взаимодействующих блоков. Они примыкают к образуемому или к уже сформировавшемуся разлому. На противоположной от блоков стороне разлома возникает тектоническая подвижка, то есть скольжение берега разлома со скоростью u , которая считается заданной величиной. В результате этого движения возникают колебания блоков, которые вызывают землетрясение. На рис.1 показана схема модели. Буквами k обозначены коэффициенты жесткости упруго взаимодействующих блоков, имеющих массу m_1 и m_2 .и характерные размеры a_1 и a_2 . Ось x направлена вдоль разлома, буквами x_1 и x_2 обозначены координаты блоков.

Постановка и решение проблемы

Уравнения движения блоков имеют вид

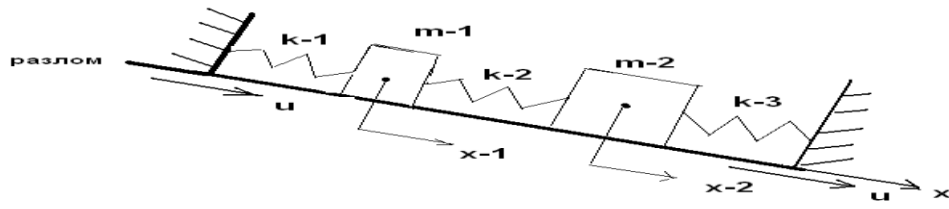


Рисунок 1. Механическая модель очага землетрясения

$$m_1 L^{(2)} x_1 + h_1 L x_1 + (k_1 + k_3) x_1 - k_3 x_2 = F_1(V_1) , \quad (1)$$

$$m_2 L^{(2)} x_2 + h_2 L x_2 + (k_2 + k_3) x_2 - k_3 x_1 = F_2(V_2) . \quad (2)$$

где $L = d/dt$ – оператор дифференцирования по времени, h_i – коэффициенты латерального трения, $i = 1, 2$ – индекс нумерующий блок, $F_i(V_i)$ – трение на нижней границе блоков, зависящее от относительной скорости $V_i = u - Lx_i$. Сила трения описывается с помощью закона Да Винчи - Кулона $F_i = \mu_i G_i$, в котором G_i - нагрузка блока на движущуюся магистральную плиту, μ_i - коэффициент трения, зависящий от скорости V_i [Арсеньев, 2017; Arsen'yev et al., 2019]

$$\mu_i = \frac{p-b}{1+\beta V_i} + b . \quad (3)$$

Здесь p, b и β - эмпирические коэффициенты. Величина $W_i = \beta V_i = \beta (u - Lx_i)$ обычно мала по сравнению с единицей, потому что является разностью двух близких величин. С достаточной для практики точностью можно принять

$$\mu_i \approx r (1 - W_i) + b , \quad r = p - b . \quad (4)$$

Введем безразмерные величины: $\tau = \omega_0 t$, (ω_0 - характерная частота колебаний), $\delta_i = h_i / (\omega_0 m_i)$, масштаб силы $S_i = m_i (\omega_0)^2 a_i$, (a - характерный размер блока), безразмерные координаты $\xi_i = x_i / a_i$ и безразмерный оператор дифференцирования $O = d/d\tau$. Введем парциальные частоты

$$v_1 = \left(\frac{k_1 + k_3}{m_1} \right)^{1/2} , \quad v_2 = \left(\frac{k_2 + k_3}{m_2} \right)^{1/2} , \quad (5)$$

а также коэффициенты связи блоков

$$\alpha_1 = \frac{k_1}{m_1} , \quad \alpha_2 = \frac{k_2}{m_2} . \quad (6)$$

Кроме того, введем характерную безразмерную частоту $\omega_i = v_i / \omega_0$, безразмерную связность колебаний блоков $c_i = \alpha_i / \omega_0^2$ и безразмерную нагрузку $N_i = G_i / S_i$. В безразмерной форме уравнения (1), (2) принимают вид

$$O^{(2)} \xi_1 + D_1 O \xi_1 + \omega_1^2 \xi_1 - \left(\frac{a_2}{a_1} \right) c_1 \xi_2 = Q_1, \quad (7)$$

$$O^{(2)} \xi_2 + D_2 O \xi_2 + \omega_2^2 \xi_2 - \left(\frac{a_1}{a_2} \right) c_2 \xi_1 = Q_2. \quad (8)$$

Здесь обозначено

$$D_i = \delta_i - r N_i \beta \omega_0 a_i, \quad (9)$$

$$Q_i = p N_i - r N_i W_i, \quad i=1,2. \quad (10)$$

Дополняя систему уравнений (7),(8) заданными начальными значениями координат x_{i0} и скоростей движения Lx_{i0} в начальный момент времени при $t = 0$, мы гарантируем существование и единственность решения поставленной задачи.

Решение найдено аналитически, сведением системы (7), (8) к одному дифференциальному уравнению 4-го порядка. В качестве конкретного примера рассмотрен очаг модельного землетрясения, состоящий из двух идентичных блоков $m = m_1 = m_2$, $G_1 = G_2 = mg$, упруго взаимодействующих с коэффициентами $k_1 = k_2 = k_3 = k$,

$$h_1 = gm\beta r + 2\sqrt{km}, \quad (11)$$

$$h_2 = gm\beta r - 2\sqrt{km} \quad (12)$$

и характерной частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{k}{m} \right)}. \quad (13)$$

Координаты блоков оказались равными

$$x_1 = \left(\frac{2a_2}{\sqrt{3}} \right) \exp(-\tau) (C_3 \cos \tau + C_4 \sin \tau) + X_\infty, \quad (14)$$

$$x_2 = 2a_2 \exp(-\tau) [(\mathfrak{g}_1 C_3 + \mathfrak{g}_2 C_4) \sin \tau + (\mathfrak{g}_2 C_3 - \mathfrak{g}_1 C_4) \cos \tau] + X_\infty, \quad (15)$$

где обозначено

$$X_\infty = \frac{gm}{k} (p - r\beta u), \quad (16)$$

$$\mathfrak{g}_1 = 1 - \sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}}, \quad \mathfrak{g}_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}}. \quad (17)$$

$$C_3 = \frac{\sqrt{3}}{2a_2} (x_{10} - X_\infty), \quad (18)$$

$$C_4 = \left(\frac{X_\infty - x_{20}}{2a_2 g_1} \right) + \frac{g_2 \sqrt{3}}{2a_2 g_1} (x_{10} - X_\infty) . \quad (19)$$

Дифференцируя координаты блоков (14),(15) по времени, легко найти скорости и ускорения колеблющихся блоков, измеряемые сейсмическими приборами. Кроме того, можно вычислить амплитудные и фазовые спектры, и другие характеристики колебаний.

Потенциальная U и кинетическая T энергия землетрясения вычисляются с помощью соотношений

$$T = \frac{1}{2} m_1 (Lx_1)^2 + \frac{1}{2} m_1 (Lx_2)^2 , \quad (20)$$

$$U = \frac{1}{2} (k_1 + k_3) x_1^2 + \frac{1}{2} (k_2 + k_3) x_2^2 - k_3 x_1 x_2 , \quad (21)$$

а полная энергия (функция Лагранжа) $E = T + U$. Наконец, диссипативная функция Dis вычисляется с помощью уравнения

$$\frac{dE}{dt} = -Dis , \quad (22)$$

а магнитуда M по Рихтеру - с помощью эмпирической формулы

$$M = \frac{2}{3} \left(Lg E_{\max} - 11,8 \right) . \quad (23)$$

В формуле (23) значения E_{\max} берутся в эрг.

Результаты расчетов и их анализ

Конкретные расчеты проведены для двух блоков в форме куба со стороной a_i . Для первого базальтового блока $a_1 = 560$ м, а для второго гранитного блока $a_2 = 574,6$ м. Масса блоков $m = m_1 = m_2 = 495\,237\,10^6$ кг. Коэффициент упругости $k = 423428\,10^8$ н/м. Скорость подвижки $u = 1,62$ м/с. Начало координат $x = 0$, $t=0$ располагается на правом краю первого блока и $x_{10} = 0$ см, $x_{20} = 1$ см. Эмпирические постоянные $p = 0,28$; $b = 0,12$; $\beta = 1,08$ с/м.

На рис.2 показан расчет интервала $In = x_2 - x_1$, то есть расстояния между блоками. Сначала базальтовый блок m_1 движется вправо, увлекаемый движущейся плитой. Второй гранитный блок m_2 тоже движется вправо, но скорость первого блока больше и он догоняет второй блок. Расстояние между блоками In уменьшается, и в момент времени $t = 0,016$ с блоки сходятся ($In=0$). В промежуток времени от 0,017 с до 0,38 с блоки сжимаются ($In<0$), а затем снова начинают расходиться. Максимальное сжатие -0,0187 м при $t = 0,108$ с является небольшим. В это время может происходить схлопывание пор и закрытие трещин и возникать явление экструзии флюидов (газов и жидкостей), содержащихся внутри блоков. Далее, блоки опять расходятся, а затем сходятся. Процесс

колебаний блоков идет с амплитудой, уменьшающейся по экспоненте. В конечном состоянии после землетрясения блоки примыкают к друг другу ($In = 0$), хотя в начальном состоянии, при $t = 0$ они были раздвинуты на 0,01 м.

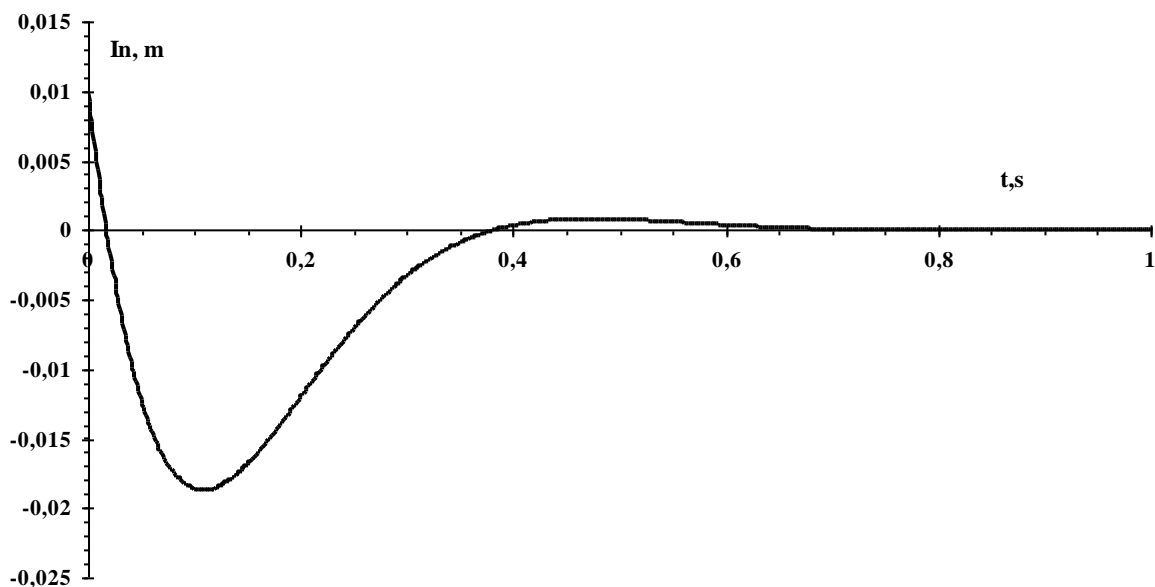


Рисунок 2. Временная эволюция интервала In между блоками

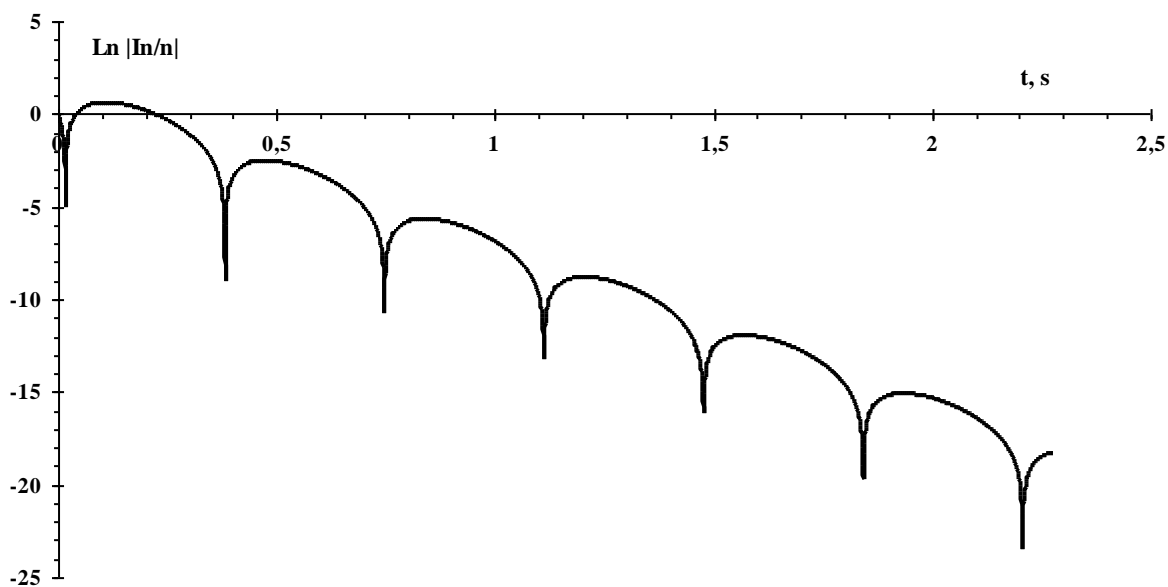


Рисунок 3. Зависимость $\ln|In/n|$ от времени t

Отметим, что рисунок 2 построен в линейном масштабе и не позволяет увидеть колебания блоков при больших значениях времени. Чтобы увидеть колебания с амплитудой уменьшающейся от нескольких сантиметров до микрометров нужно использовать логарифмическую шкалу. На рис.3 показана временная зависимость логарифма модуля от

интервала In , деленного на нормировочное значение $n = 0,01$ м (начальное значение In). Колебания смещений блоков и расстояния между ними имеют форму арок. Первая, третья и другие нечетные номера арок (слева направо на рис.3) соответствуют отрицательным значениям $In < 0$. Для четных номеров арок $In > 0$. При увеличении времени $t \rightarrow \infty$, величина $Ln/|In/n| \rightarrow -\infty$ и $In \rightarrow 0$. Основная частота колебаний ω_0 определяется формулой (30) и равна 8,605 Гц. Ей соответствует период $T_0 = 1/\omega_0 = 0,116$ с, который лежит в диапазоне инфразвуковых волн.

Расчет скоростей колебаний блоков $S_1=dx_1/dt$ и $S_2=dx_2/dt$ показал, что максимальная скорость S_1 не превышает 0,66 м/с, что примерно в 2,5 раза меньше скорости подвижки $u = 1,62$ м/с. Вычисления ускорений движения блоков: $Z_1 = d^2x_1/dt^2$ и $Z_2 = d^2x_2/dt^2$ показали, что наибольшие ускорения первого блока $-11,47$ м/с² в 1,17 раз превышают ускорение силы тяжести $g = 9,81$ м/с². Зная величину максимального ускорения легко рассчитать наибольшую силу, действующие при данном землетрясении: $F_{max} = m*Z_{max} \approx 5,68$ Тера-ньютон. При сжатии блоков эта сила создает давление на гранитный блок $P_{max} = F_{max} / (a_2)^2 = 17,20 \cdot 10^6$ Pa = 172 bar. Прочность гранита на сжатие 10^3 bar. Следовательно, при скорости подвижки $u_c = 1,62$ м/с блоки не разрушаются.

Еще одной важной характеристикой является величина полной энергии землетрясения E , её расчёт показан на рис.6. Величина E складывается из потенциальной энергии U (рис.5) и кинетической энергии T (рис.4).

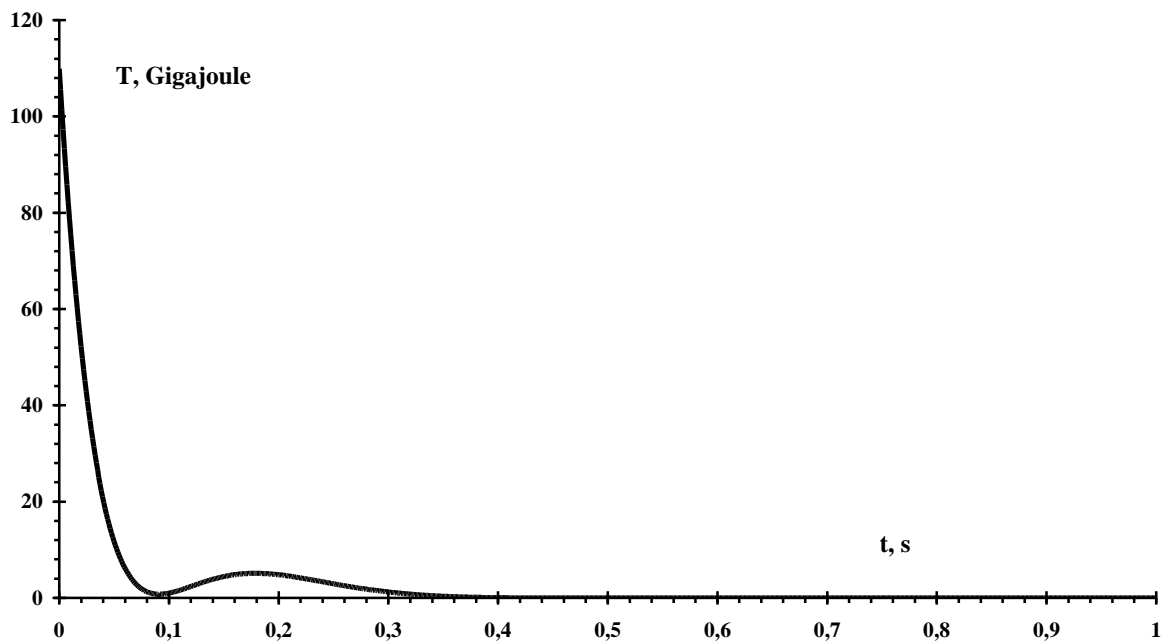


Рисунок 4. Эволюция кинетической энергии землетрясения

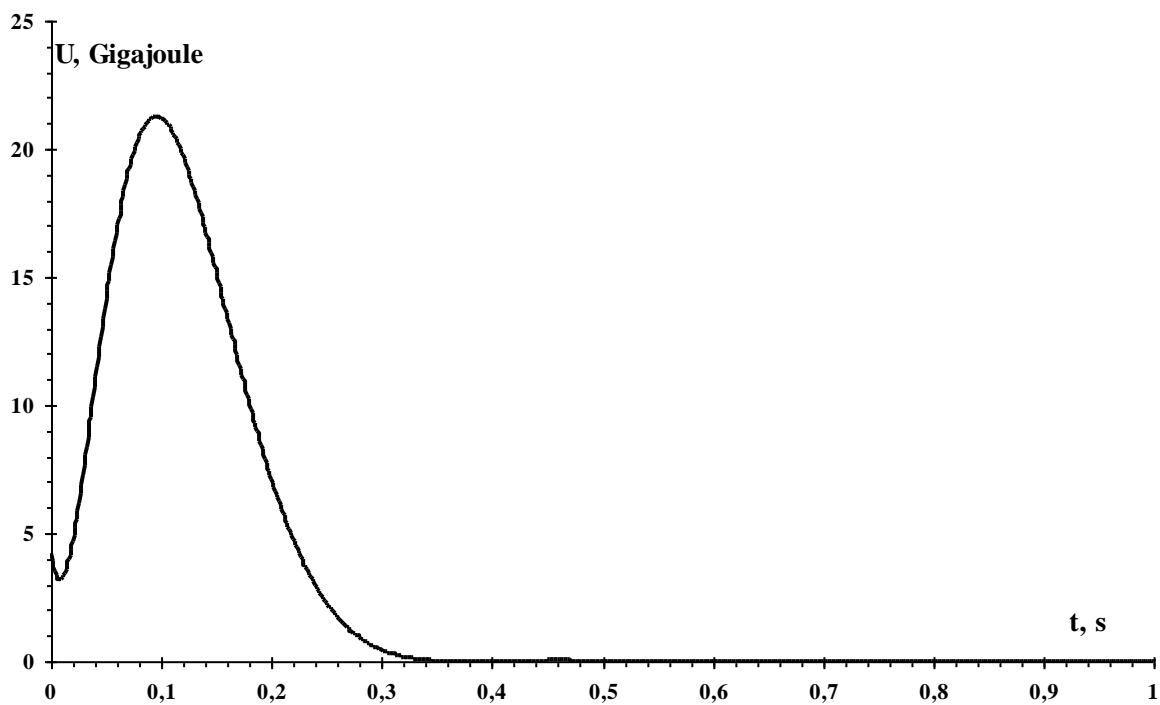


Рисунок 5. Эволюция потенциальной энергии землетрясения

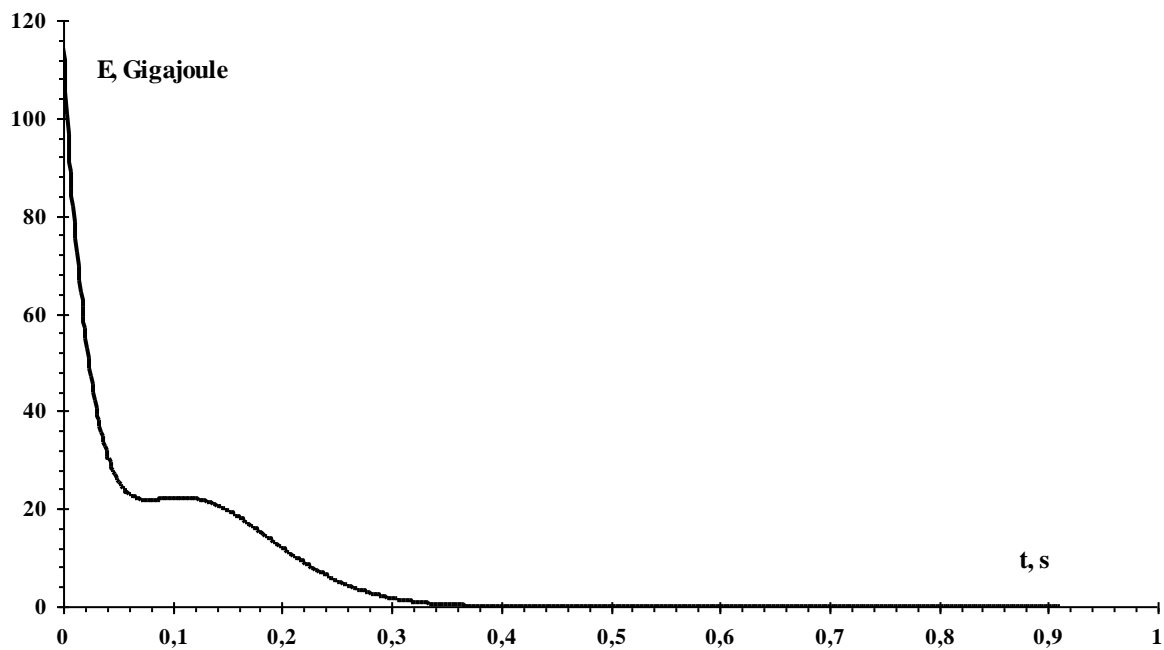


Рисунок 6. Временная эволюция полной энергии землетрясения E

Максимальное значение кинетической энергии $T_{max} = 109,9$ ГигаДж имеет место в начале землетрясения. Затем величина T уменьшается и в момент, когда кинетическая энергия T близка к минимуму и происходит максимальное сжатие блоков, потенциальная энергия достигает максимума $U_{max} = 21,26$ ГигаДж. Как видим, кинетическая энергия данного землетрясения в пять раз больше потенциальной энергии, причем потенциальная энергия накапливается при схождении и сжатии блоков. Затем происходит упругая отдача (the elastic rebound) и формируется цуг колебаний с уменьшающейся амплитудой. Наибольшее значение полной энергии $E_{max} = 114,15$ ГигаДж позволяет вычислить энергетический класс землетрясений $K_E = \log E_{max} = 11,05$. Эмпирическая формула (23) позволяет найти и магнитуду землетрясения по Рихтеру M . Учитывая, что в формуле (23) значения E_{max} берутся в эрг и подставляя $E_{max} = 114,1531 \cdot 10^{16}$ эрг, получим $M = 4,17$.

Наибольший физический интерес с точки зрения понимания механизма землетрясений имеет функция диссипации Dis (рис.7). Она рассчитана по уравнению (22).

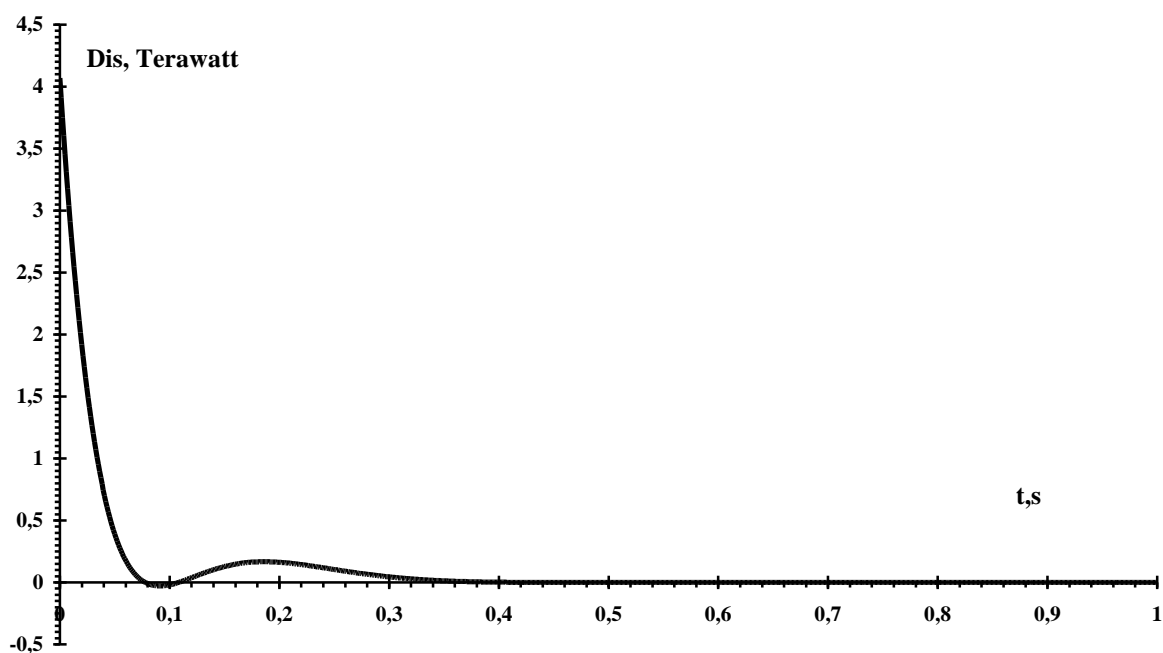


Рисунок 7. Временная эволюция функции диссипации Dis

Как видим, в моменты времени t от 0 до 0,069 с близкие к начальному, $Dis > 0$ и энергия землетрясения уменьшается. В промежутке времени от 0,069 с до 0,077 с $Dis < 0$, происходит подкачка энергии колебаний за счет движущейся магистральной плиты и механизма неустойчивости типа отрицательного трения (Arsen'yev, 2016, 2017; Arsen'yev et al., 2019). На отрезке времени от 0,078 с до 0,441 с $Dis > 0$, то есть трение стремится

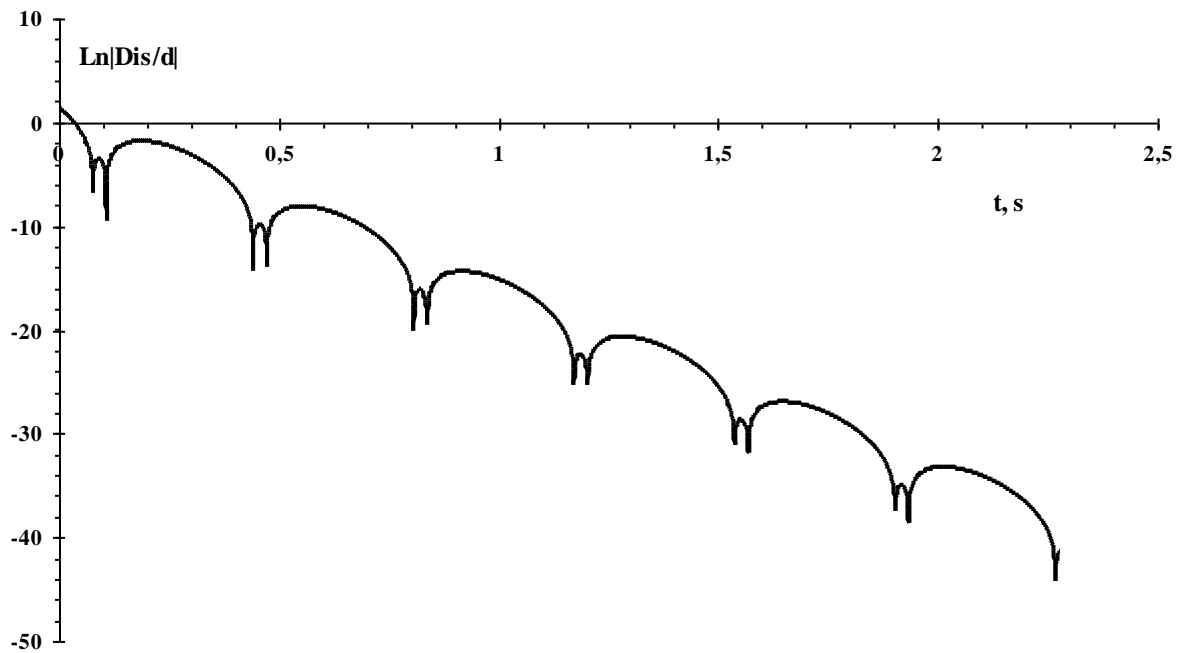


Рисунок 8. Изменение со временем t логарифма от модуля функции диссипации

подавить колебания. Однако при $t \in [0,442;0,472]$ с диссипация опять становится отрицательной и колебания блоков продолжаются. Процесс колебаний скорости диссипации Dis хорошо виден на рис.8. Здесь широкие арки соответствуют положительной диссипации $Dis > 0$, а узкие арки адекватны отрицательной диссипации $Dis < 0$. Величина $d = 1$ Тераватт - это нормировочное значение. В конечном счете, при $t \rightarrow \infty$, колебания блоков затухают, и землетрясение прекращается.

Выводы

Построена теоретическая модель фокуса землетрясения, состоящего из двух блоков. Полученное решение задачи позволяет рассчитать и исследовать изменения со временем всех основных характеристик землетрясения, включая координаты блоков и сейсмограммы их смещений, расстояния между блоками, сейсмограммы скоростей и ускорений, потенциальной, кинетической и полной энергии, функцию диссипации, энергетический класс землетрясения и его магнитуду, действующие силы и другие характеристики землетрясения. Таким образом, мы получаем возможность рассчитать землетрясение, зная характеристики его очага. Возможна и обратная постановка задачи: используя измеренные сейсмограммы данного землетрясения, мы можем восстановить его очаг.

Литература

Арсеньев С.А. Скользящее трение как механизм возникновения тектонических землетрясений. В сб. тр. "Тектонофизика и актуальные вопросы наук о Земле": материалы IV Тектонофизической Всероссийской конференции с международным участием 3 - 8 октября 2016 г., Москва: ИФЗ РАН. С. 423 - 429.

Арсеньев С.А. Землетрясения с точки зрения теории катастроф. В сб. тр. "Триггерные эффекты в геосистемах ": материалы IV международной конференции "Триггерные эффекты в геосистемах ", 1 - 4 июня 2017 г., Москва: ГЕОС. С. 52 - 60.

Садовский М.А. Избранные труды. М.: Наука, 1999. - 386 с.

Arsen'yev S.A., Eppelbaum L.V., Meirova T. Earthquake Processes: A View from Synergetic and the Theory of Catastrophes // Pure and Applied Geophysics. 2019. <http://doi.org/10.1007/s00024-019-02172-w>. P.1 -16.

Benjoff H. Earthquake source mechanism // Science. 1964. V.143. P.1399 - 1406.

Reid H.F. The elastic-rebound theory of earthquakes // University of California Publ. Geol. Sci. 1911. V.6. P.413 - 444.

Verhoogen J., Turner F.J., Weiss L.E., Wahrhafting C., Fyfe W.S. The Earth. An introduction to physical geology. New York - Chicago - San Francisco - Atlanta - Dallas - Montréal - Toronto - London - Sydney: Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1970. 2 volumes.